**DISCIPLINA: ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE**

**DOCENTE: Me. JOSNEY FREITAS SILVA**

**LISTA DE EXERCÍCIOS 2ª ETAPA**

**Questões:**

1. Determine o coeficiente de correlação entre as horas de estudo de 11 estudantes e as respectivas notas num teste de Métodos Quantitativos em Administração.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Horas de Estudo | 2,5 | 3,0 | 6,0 | 4,0 | 6,0 | 4,5 | 7,0 | 10,0 | 5,5 | 5,0 | 8,5 |
| Notas | 8,9 | 9,5 | 8,0 | 8,2 | 8,5 | 9,0 | 7,5 | 7,0 | 9,1 | 9,3 | 7,4 |

**Resolução:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Horas de Estudo | Notas |  |  |  |  | x |  |  |
| 2,5000 | 8,9000 | 5,6364 | 8,4000 | - 3,1364 | 0,5000 | - 1,5682 | 9,8368 | 0,2500 |
| 3,0000 | 9,5000 | 5,6364 | 8,4000 | - 2,6364 | 1,1000 | - 2,9000 | 6,9504 | 1,2100 |
| 6,0000 | 8,0000 | 5,6364 | 8,4000 | 0,3636 | - 0,4000 | - 0,1455 | 0,1322 | 0,1600 |
| 4,0000 | 8,2000 | 5,6364 | 8,4000 | - 1,6364 | - 0,2000 | 0,3273 | 2,6777 | 0,0400 |
| 6,0000 | 8,5000 | 5,6364 | 8,4000 | 0,3636 | 0,1000 | 0,0364 | 0,1322 | 0,0100 |
| 4,5000 | 9,0000 | 5,6364 | 8,4000 | - 1,1364 | 0,6000 | - 0,6818 | 1,2913 | 0,3600 |
| 7,0000 | 7,5000 | 5,6364 | 8,4000 | 1,3636 | - 0,9000 | - 1,2273 | 1,8595 | 0,8100 |
| 10,0000 | 7,0000 | 5,6364 | 8,4000 | 4,3636 | - 1,4000 | - 6,1091 | 19,0413 | 1,9600 |
| 5,5000 | 9,1000 | 5,6364 | 8,4000 | - 0,1364 | 0,7000 | - 0,0955 | 0,0186 | 0,4900 |
| 5,0000 | 9,3000 | 5,6364 | 8,4000 | - 0,6364 | 0,9000 | - 0,5727 | 0,4050 | 0,8100 |
| 8,5000 | 7,4000 | 5,6364 | 8,4000 | 2,8636 | - 1,0000 | - 2,8636 | 8,2004 | 1,0000 |
| 62 | 92,4 |  |  | 0,0000 | 0,0000 | - 15,8000 | 50,5455 | 7,1000 |

1. Determine o coeficiente de correlação para os dois conjuntos de escores seguintes:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Estudante | Primeiro Exame | Segundo Exame |
| 1 | 82 | 92 |
| 2 | 84 | 91 |
| 3 | 86 | 90 |
| 4 | 83 | 92 |
| 5 | 88 | 87 |
| 6 | 87 | 86 |
| 7 | 85 | 89 |
| 8 | 83 | 90 |
| 9 | 86 | 92 |
| 10 | 85 | 90 |
| 11 | 87 | 91 |

**Resolução:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Estudante | Primeiro Exame | Segundo Exame |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 82 | 92 | 85,09 | 90,00 | - 3,09 | 2,00 | - 6,18 | 9,55 | 4,00 |
| 2 | 84 | 91 | 85,09 | 90,00 | - 1,09 | 1,00 | - 1,09 | 1,19 | 1,00 |
| 3 | 86 | 90 | 85,09 | 90,00 | 0,91 | - | - | 0,83 | - |
| 4 | 83 | 92 | 85,09 | 90,00 | - 2,09 | 2,00 | - 4,18 | 4,37 | 4,00 |
| 5 | 88 | 87 | 85,09 | 90,00 | 2,91 | - 3,00 | - 8,73 | 8,46 | 9,00 |
| 6 | 87 | 86 | 85,09 | 90,00 | 1,91 | - 4,00 | - 7,64 | 3,64 | 16,00 |
| 7 | 85 | 89 | 85,09 | 90,00 | - 0,09 | - 1,00 | 0,09 | 0,01 | 1,00 |
| 8 | 83 | 90 | 85,09 | 90,00 | - 2,09 | - | - | 4,37 | - |
| 9 | 86 | 92 | 85,09 | 90,00 | 0,91 | 2,00 | 1,82 | 0,83 | 4,00 |
| 10 | 85 | 90 | 85,09 | 90,00 | - 0,09 | - | - | 0,01 | - |
| 11 | 87 | 91 | 85,09 | 90,00 | 1,91 | 1,00 | 1,91 | 3,64 | 1,00 |
|  | 936 | 990 |  |  | 0,00 | 0,00 | 24,00 | 36,91 | 40,00 |

1. Um homem tem quatro paletós, cinco camisas e oito gravatas. Quantos dias pode variar sua vasta indumentária?

**Resolução:**

Experimento de Múltipla Etapa -

1. De quantos modos um turista pode fazer uma viagem, indo de ônibus e voltando de avião, se seu agente lhe oferece quatro opões de companhias aéreas e cinco de ônibus? Monte o diagrama de árvore correspondente.

**Resolução:**

Experimento de Múltipla Etapa -

Diagrama de Árvore

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1ª Etapa - Ônibus | 2ª Etapa - Avião | Resultado experimental |
|  | Avião 1 | Ônibus 1; Avião 1 |
| Ônibus 1 | Avião 2 | Ônibus 1; Avião 2 |
|  | Avião 3  Avião 4 | Ônibus 1; Avião 3  Ônibus 1; Avião 4 |
|  | Avião 1 | Ônibus 2; Avião 1 |
| Ônibus 2 | Avião 2 | Ônibus 2; Avião 2 |
|  | Avião 3  Avião 4 | Ônibus 2; Avião 3  Ônibus 2; Avião 4 |
|  | Avião 1 | Ônibus 3; Avião 1 |
| Ônibus 3 | Avião 2 | Ônibus 3; Avião 2 |
|  | Avião 3  Avião 4 | Ônibus 3; Avião 3  Ônibus 3; Avião 4 |
|  | Avião 1 | Ônibus 4; Avião 1 |
| Ônibus 4 | Avião 2 | Ônibus 4; Avião 2 |
|  | Avião 3  Avião 4 | Ônibus 4; Avião 3  Ônibus 4; Avião 4 |
|  | Avião 1 | Ônibus 5; Avião 1 |
| Ônibus 5 | Avião 2 | Ônibus 5; Avião 2 |
|  | Avião 3  Avião 4 | Ônibus 5; Avião 3  Ônibus 5; Avião 4 |

1. Um estudante é submetido a quatro testes tipo verdadeiro (V) ou falso (F). Qual a chance de ele acertar, no chute, exatamente três questões?

**Resolução:**

Experimento de Múltipla Etapa - resultados possíveis.

Diagrama de Árvore

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1ª Etapa | 1ª Etapa | 1ª Etapa | 1ª Etapa | Resultado Experimental | Número de Acertos |
| V | V | V | V | VVVV | 4 |
| F | VVVF | 3 |
| F | V | VVFV | 3 |
| F | VVFF | 2 |
| F | V | V | VFVV | 3 |
| F | VFVF | 2 |
| F | V | VFFV | 2 |
| F | VFFV | 2 |
| F | V | V | V | FVVV | 3 |
| F | FVVF | 2 |
| F | V | FVFV | 2 |
| F | FVFF | 1 |
| F | V | V | FFVV | 2 |
| F | FFVF | 1 |
| F | V | FFFV | 1 |
| F | FFFF | 0 |

Acertar exatamente 3 ⇒ 4 possibilidades ( VVVF, VVFV, VFVV, FVVV)

Então, a chance é 4 em 16, ou seja 4/16=0,25 ou 25%.

1. Tomando-se dezenove indivíduos, quantos comitês de três pessoas se podem formar?

**Resolução:**

A ordem de seleção não faz diferença, então temos uma Combinação

1. Muitos sistemas escolares fornecem o acesso a Internet para seus estudantes hoje em dia. Desde 1.996, o acesso à Internet foi facilitado a 21.733 escolas elementares, 7.286 escolas do nível médio e 10.682 escolas de nível superior (*Statistical Abstract of the United States*, 1.997). Existe nos Estados Unidos um total de 51.745 escolas elementares, 14.012 escolas de nível médio e 17.229 escolas de nível superior.
   1. Se você escolher aleatoriamente uma escola elementar para visitar, qual é a probabilidade de que ela tenha acesso à Internet?
   2. Se você escolher aleatoriamente uma escola de nível médio para visitar, qual é a probabilidade de que ela tenha acesso à Internet?
   3. Se você escolher aleatoriamente uma escola para visitar, qual é a probabilidade de que ela seja uma escola elementar?
   4. Se você escolher aleatoriamente uma escola para visitar, qual é a probabilidade de que ela tenha acesso à Internet?

**Resolução:**

1. Há sete vias entre A e B e cinco entre B e C. Quantos são os caminhos para ir de A a C?

**Resolução:**

Experimento de Múltipla Etapa - resultados possíveis.

1. De acordo com o Departamento de Recenciamento, nos Estados Unidos ocorrem 2.425.000 mortes por ano. O Centro Americano de Estatísticas sobre a Saúde relatou que as três principais causas de morte durante 1.997 foram problemas cardíacos (725.790), câncer (537.390) e derrame (159.877). Sejam P, C, e D os eventos em que uma pessoa morra de problemas cardíacos, câncer e derrame, respectivamente. Use os dados para estimar P(P), P(C) e P(D).

**Resolução:**

Atribuição de Probabilidade pelo Método de Frequência Relativa

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Causas de Morte** | **Frequência** | **Frequência Relativa = Probabilidade** |
| Problemas Cardíacos (P) | 725.790 | 725.790/2.425.000 = 0,2993 |
| Câncer (C) | 537.390 | 537.390/2.425.000 = 0,2216 |
| Derrame (D) | 159.877 | 159.877/2.425.000 = 0,0659 |
| Outras (TM-ST) | 1.001.947 | 1.001.947/2.425.000 = 0,4132 |
| Total de Mortes (TM) | 2.425.000 | 1,0000 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Subtotal (ST)=(P+C+D) | 1.423.057 | 1.423.057/2.425.000 = 0,5868 |

725.790/2.425.000 = 0,2993

537.390/2.425.000 = 0,2216

159.877/2.425.000 = 0,0659

1. Suponha que um gerente de um grande complexo de apartamentos forneça as seguintes estimativas de probabilidade subjetiva sobre o número de vagas que haverá no próximo mês:

|  |  |
| --- | --- |
| **Vagas** | **Probabilidade** |
| 0 | 0,05 |
| 1 | 0,15 |
| 2 | 0,35 |
| 3 | 0,25 |
| 4 | 0,10 |
| 5 | 0,10 |

Liste os pontos amostrais em que cada um dos seguintes eventos e forneça a probabilidade do evento.

1. Sem vagas.
2. Pelo menos quatro vagas.
3. Duas vagas ou menos.

**Resolução:**

Eventos mutuamente exclusivos.

1. P(0)=0,05
2. P(4 ou 5)=P(4)+P(5)=0,10+0,10=0,20
3. P(0 ou 1 ou 2)=P(0)+P(1)+P(2)=0,05+0,15+0,35=0,55
4. Uma Cia. de Seguros analisou a frequência com que 2.000 segurados (1.000 homens e 1.000 mulheres) usaram o hospital. Os resultados foram:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Homens | Mulheres | Total |
| Usaram o hospital | 100 | 150 | 250 |
| Não usaram o hospital | 900 | 850 | 1750 |
| Total | 1000 | 1000 | 2000 |

Encontre o , o Coeficiente de Contingência e o Coeficiente de Contingência alternativo e responda se o uso do hospital independe do sexo.

**Resolução:**

Calculo dos valores esperados:

Comparando os valores observados com os valores esperados, temos:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Homens | Mulheres | Total |
| Usaram o hospital | 100 (125) | 150 (125) | 250 |
| Não usaram o hospital | 900 (875) | 850 (875) | 1750 |
| Total | 1000 | 1000 | 2000 |

Calculando o : o e o

Calculando o Coeficiente de Contingência:

Calculando o Coeficiente de Contingência alternativo:

Pelos resultados do Coeficiente de Contingência e do Coeficiente de Contingência alternativo, existe uma relação fraca entre as variáveis, logo, o uso do hospital praticamente independe do sexo.

1. A tabela abaixo representa um levantamento a respeito do tipo de lesão sofrido na cabeça, por motociclistas, em relação ao uso do capacete:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Uso do Capacete | |  |
| Tipo de Lesão | Sim | Não | Total |
| Grave | 15 | 22 | 37 |
| Leve | 45 | 18 | 63 |
| Total | 60 | 40 | 100 |

Encontre o , o Coeficiente de Contingência e o Coeficiente de Contingência alternativo e responda se existe relação entre o tipo de lesão na cabeça e o uso do capacete.

**Resolução:**

Calculo dos valores esperados:

Comparando os valores observados com os valores esperados, temos:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Uso do Capacete | |  |
| Tipo de Lesão | Sim | Não | Total |
| Grave | 15 (22,2) | 22 (14,8) | 37 |
| Leve | 45 (37,8) | 18 (25,2) | 63 |
| Total | 60 | 40 | 100 |

Calculando o : o e o

Calculando o Coeficiente de Contingência:

Calculando o Coeficiente de Contingência alternativo:

Pelos resultados do Coeficiente de Contingência existe uma relação moderada e do Coeficiente de Contingência alternativo existe uma relação forte entre as variáveis, logo, entendemos que existe uma relação de dependência entre a gravidade da lesão na cabeça e o uso do capacete.

1. De quantas maneiras podemos ordenar 5 livros de Matemática, 3 livros de Química e 2 livros de Física, todos diferentes, de forma que os livros de uma mesma disciplina fiquem juntos?

**Resolução:**

* Podemos dispor os livros variando as disciplinas (M, F, Q).

São 3 disciplinas diferentes. Então, poderemos permutar, sem reposição, as 3 disciplinas entre si, logo: 3!=3.2.1=6

* Dentro de cada disciplina, podemos permutar, sem reposição, os respectivos livros, assim temos:
  + M: 5!=5.4.3.2.1=120
  + F: 3!=3.2.1=6
  + Q: 2!=2.1=2
* Logo, teremos 3! . 5! . 3! . 2! = 6 . 120 . 6 . 2 = 8.640 maneiras.

1. De quantas formas podemos acomodar 3 pessoas em 5 cadeiras?

**Resolução:**

Se uma pessoa for selecionada, ela não pode ser selecionada novamente, logo, será sem reposição.

A ordem importa, logo, temos um arranjo sem reposição. Assim:

1. Em uma classe de 12 alunos, um grupo de 5 alunos será selecionado para uma viagem. De quantas maneiras distintas esse grupo poderá ser formado, sabendo que, entre os 12 alunos, 2 são irmãos e só poderão viajar se estiverem juntos?

**Resolução:**

Teremos 2 casos:

* Os dois irmãos viajam. Neste caso, dos 12 alunos, 2 já estão selecionados, restando 10 alunos para as 3 vagas restantes. Logo, teremos uma combinação sem reposição, pois a ordem não é importante. Assim:
* Os dois irmãos não viajam. Neste casso, dos 12 alunos, selecionaremos de 10. Assim:

Logo, teremos 120 + 252 possibilidades distintas de formação deste grupo.

1. Encontre o número de anagramas das palavras: BANANA, FERRARI, ANAGRAMA E HONOLULU.

**Resolução:**

BANANA

FERRARI

ANAGRAMA

HONOLULU

1. Considere um experimento binomial com dois ensaios e p=0,4.
   1. Desenhe um diagrama de árvore mostrando-o como um experimento de dois ensaios.
   2. Calcule a probabilidade de um sucesso, f(1).
   3. Calcule f(0).
   4. Calcule f(2).
   5. Encontre a probabilidade de pelo menos um sucesso.

**Resolução:**

1. Diagrama de árvore:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| S | S | S,S |
| F | S,F |
| F | S | F,S |
| F | F,F |

1. n=2; p=0,4; q=1-p=1-0,4=0,6

1. n=2; p=0,4; q=1-p=1-0,4=0,6
2. n=2; p=0,4; q=1-p=1-0,4=0,6
3. Probabilidade de pelo menos um sucesso:
4. Considere um experimento binomial com n=10 e p=0,10.
   1. Encontre f(0).
   2. Encontre f(2).
   3. Encontre P(x2).
   4. Encontre P(x1).

**Resolução:**

n = 10;

p = 0,1;

q = 1 – p = 1 - 0,1 = 0,9

f(0):

f(2)

P(x2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) (falta o P(x=1))

f(1)

P(x2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) = 0,3487 + 0,3874 + 0,1937 = 0,9298

P(x1) = 1 – P(x<1) = 1 – P(x=0) = 1 – 0,3487 = 0,6513

1. Uma universidade descobriu que 20% de seus estudantes retiram-se sem completar o curso introdutório de estatística. Considere que 20 estudantes se matricularam para o curso este semestre e que temos aqui uma distribuição binomial de probabilidades.
   1. Qual a probabilidade de que dois ou menos se retirarão?
   2. Qual a probabilidade de que exatamente quatro se retirarão?
   3. Qual a probabilidade de que mais de três se retirarão?

**Resolução:**

n = 20;

p = 20% p = 0,2;

q = 1 – p = 1 - 0,2 = 0,8

1. P(x2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)

f(0):

f(1):

f(2):

P(x2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) = 0,0115 + 0,0576 + 0,1369 = 0,2060

1. P(x=4)

f(4):

1. P(x>3) = 1 – P(x3) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) (falta P(x=3) )

f(3):

P(x>3) = 1 – P(x3) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) =

= 0,0115 + 0,0576 + 0,1369 + 0,2054 = 0,4114

1. Dado que *z* é uma variável aleatória normal-padrão, esboce a curva normal-padrão. Rotule o eixo horizontal nos valores -3, -2, -1, 0, 1, 2 e 3. Então use a tabela de distribuição normal-padrão de probabilidades para calcular as seguintes probabilidades:
   1. P(0z1).
   2. P(0z1,5).
   3. P(0z2).
   4. P(0z2,5).

**Resolução:**

1. P(0z1) = 0,3413.
2. P(0z1,5) = 0,4332.
3. P(0z2) = 0,4772.
4. P(0z2,5) = 0,4938.
5. Dado que z é uma variável aleatória normal-padrão, calcule as seguintes probabilidades:
   1. P(-1z0).
   2. P(-1,5z0).
   3. P(-2z2).
   4. P(-2z-1).

**Resolução:**

1. P(-1z0) = P(0z1) = 0,3413.
2. P(-1,5z0) = P(0z1,5) = 0,4332.
3. P(-2z2) = P(-2z0) + P(0z2) = 0,4772 + 0,4772 = 0,9544.
4. P(-2z-1) = P(-2z0) - P(-1z0) = 0,4772 - 0,3413 = 0,1359.
5. O tempo médio que um assinante gasta lendo *The Wall Street Journal* é de 49 minutos. Considere que o desvio-padrão seja 16 minutos e que os tempos sejam distribuídos normalmente.
   1. Qual é a probabilidade de que um assinante gastará pelo menos 1 hora lendo o jornal?
   2. Qual é a probabilidade de que um assinante gastará não mais do que 30 minutos lendo o jornal?

**Resolução:**

1. P(x60)

P(x60) = 0,5 – P(z<0,69) = 0,5 – 0,2549 = 0,2551

1. P(x30)

P(x30) = P(z-1,19) = 0,5 – P(z1,19) = 0,5 – 0,3830 = 0,1170

